

L'impédance de ce circuit, après quelques transformations, peut se mettre sous la forme du quotient suivant :

$$Z = \frac{N}{D} \quad \text{Avec :}$$

$$N = p^3 L L_o C + p^2 L L_o C x + p L_o \quad \text{et}$$

$$D = p^4 L L_o (C C x + C C_o + C_o C x) + p^2 (L_o C x + L_o C_o + L C + L C x) + 1$$

$$\text{et } p = j.\omega, \quad \omega = 2\pi.f$$

La résonance du circuit est atteinte pour la valeur de p (donc de ω et donc de f) qui annule le dénominateur D de ce quotient.

$$\text{Or } p^2 = j^2 \omega^2 = -\omega^2$$

$$\text{Et } p^4 = \omega^4$$

Donc le dénominateur D est réel. On a une équation bicarrée en ω . On pose $X = \omega^2$ et l'équation devient :

$$(L L_o (C C x + C C_o + C_o C x)) X^2 - (L_o C x + L_o C_o + L C + L C x) X + 1 = 0$$

On résout l'équation en X . On trouvera a priori 2 valeurs de ω . (en fait, on en aura 2 autres opposées, mais physiquement, une pulsation est un nombre positif !)

Bien évidemment, selon les valeurs des 5 éléments, il se peut que l'équation n'admette aucune solution (ou même une seule double, ce qui doit arriver fatalement si les 2 circuits LoCo et LC sont accordés sur la même fréquence ...)

Résolution théorique :

$$\Delta = (L_o (C x + C_o) + L (C + C x))^2 - 4.L L_o (C C x + C C_o + C_o C x)$$

si $\Delta > 0$

$$X_1 = \frac{(L_o C x + L_o C_o + L C + L C x) - \sqrt{\Delta}}{2(L L_o (C C x + C C_o + C_o C x))}$$

$$X_2 = \frac{(L_o C x + L_o C_o + L C + L C x) + \sqrt{\Delta}}{2(L L_o (C C x + C C_o + C_o C x))}$$

Il suffit alors de prendre la racine carrée positive de chacune des valeurs pour obtenir 2 pulsations, donc 2 fréquences :

$$f_1 = \frac{\sqrt{X_1}}{2.\pi}, \quad f_2 = \frac{\sqrt{X_2}}{2.\pi}$$

Bien que je connaisse 3 des 5 éléments (Lo, Co et L), il y a 2 éléments que je ne connais pas parfaitement : C et Cx. La valeur de C pourrait être déterminée par une double mesure de résonance du circuit LC, mais Cx est impossible à mesurer. La méthode qui me semble la meilleure est d'utiliser un tableur après avoir mesuré la fréquence d'oscillation (donc de résonance du circuit) suivant que l'oscillateur est seul, avec le circuit LC et/ou avec l'antenne et/ou avec l'approche de la main de l'antenne.